

نام و نام خانوادگی: .....

مقطع و رشته: دوم دبیرستان

نام پدر: .....

شماره داوطلب: .....

تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه

جمهوری اسلامی ایران  
اداره کل آموزش پرورش شهرستان  
اداره آموزش پرورش شهرستان مازندران  
دبیرستان غیردولتی دخترانه: سروکلی (واحد فلسطین)  
آزمون پایان ترم نوبت اول سال تحصیلی ۹۴-۹۳

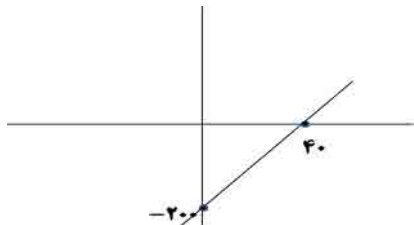
نام درس: ریاضی ۲  
نام دبیر: لیلا میدرزاده  
تاریخ امتحان: ۰۸/۱۰/۱۳۹۳  
ساعت امتحان: ۸ صبح / عصر مدت  
امتحان: ۱۲۰ دقیقه

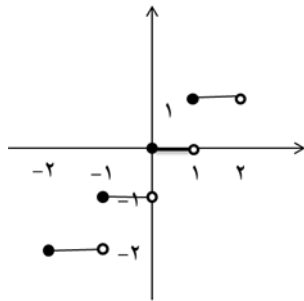
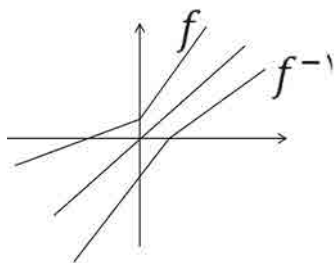
ردیف	سؤالات	محل مهر یا امضاء مدیر	نمره												
۱	با استفاده از چوب کبریت، سه شکل زیر ساخته شده است. تعداد چوب کبریت های به کار رفته در شکل nام چقدر است؟ <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">n</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">1</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">2</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">3</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">...</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">n</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">تعداد چوب کبریت</td> <td colspan="5"></td> </tr> </table>	n	1	2	3	...	n	تعداد چوب کبریت						<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="border: 1px solid black; width: 30px; height: 30px; margin: 5px;"></div> <div style="border: 1px solid black; width: 60px; height: 30px; margin: 5px;"></div> <div style="border: 1px solid black; width: 90px; height: 30px; margin: 5px;"></div> </div>	۰.۵
n	1	2	3	...	n										
تعداد چوب کبریت															
۲	اگر $a_1, a_2, \dots, a_n$ یک دنباله هندسی باشد. $a_1 a_3 = 4$ و $a_5 a_7 = 16$ . جمله اول و جمله ی $a_n$ این دنباله را به دست آورید.		۰.۷۵												
۳	شیر آبی در هر دقیقه $\frac{3}{5}$ لیتر آب وارد حوض می کند. اگر این حوض از ابتدا ۲۵ لیتر آب داشته باشد. مقدار آب حوض را پس از گذشت یک ثانیه و دو دقیقه به دست آورید. آیا این دنباله حسابی است؟ پس از گذشت چند دقیقه آب این حوض ۱۰۲ لیتر می شود؟		۰.۲۵												
۴	مقدار m را چنان تعیین کنید که عبارات $2m+1$ و $2m-4$ و $3m+4$ جملات متوالی یک دنباله حسابی باشند.		۰.۵												
۵	دنباله $a_1 = 2, a_n = a_{n-1}, n \geq 2$ به چه عددی نزدیک می شود؟		۰.۵												
۶	اختلاف جمله ششم و هشتم دنباله ی تقریبات اعشاری $\frac{3}{7}$ را به دست آورید.		۰.۵												
۷	عبارت زیر را ساده کنید. $(\sqrt{5} - \sqrt{7})^{\sqrt{6}-2} (\sqrt{5} + \sqrt{7})^{\frac{4}{2+\sqrt{6}}}$		۱												
۸	عبارت مقابل را به صورت توان کسری بنویسید. $\sqrt[6]{\sqrt[3]{7} \times \sqrt[3]{14}}$		۱												
۹	اگر $f(x) = \begin{cases} \sqrt{-x} & x < 0 \\ 2 & x = 0 \\ -x^2 + 4 & x > 0 \end{cases}$ و $g(x) = 3$ تابع ثابت باشد. حاصل عبارت های زیر را به دست آورید. الف) $f(g(1))$ ب) $\frac{5f(-9)+g(f(0))}{g(-1)}$		۱												
۱۰	اگر رابطه ی $y = \begin{cases} a - 2x & x \leq a \\ 3x - 1 & x \geq a \end{cases}$ یک تابع باشد، a را بیابید.		۱												

۱۵	<p>دامنه و برد تابع زیر را به صورت بازه بنویسید.</p>	۱۱
۱	<p>سودی که از تولید یک کالا توسط یک شرکت تولیدی حاصل می شود از معادله <math>y = -200 + 5x</math> به دست می آید. در این معادله <math>x</math> تعداد کالای تولیدی و <math>y</math> سود حاصل بر حسب میلیون تومان است.</p> <p>(الف) نمودار خط <math>y = -200 + 5x</math> را رسم کنید.</p> <p>(ب) این شرکت باید چه تعداد کالا تولید کند تا سود آن ۱۰۰ میلیون تومان باشد.</p> <p>(ج) محل برخورد این خط با محور <math>X</math>ها چه چیزی را نشان می دهد.</p> <p>(د) حداقل چه تعداد کالا تولید شود تا سوددهی آغاز شود.</p>	۱۲
۲	<p>کدام تابع وارون پذیر است؟ در صورت وارون پذیری نمودار تابع وارون آن را رسم کنید.</p>	۱۳
۱۵	<p>توابع زیر را با انتقال رسم کند. دامنه و برد آن را بنویسید. مقدار ماکزیمم و مینیمم را بدست آورید.</p> <p>(الف) <math>y = x^2 + 6x + 3</math> (ب) <math>y = - x - 3  - 2</math></p>	۱۴
۱	<p>دامنه توابع زیر را به دست آورید.</p> <p>(الف) <math>y = \sqrt{-2x + 7}</math> (ب) <math>y = x^2 - \frac{3}{5}x - 1</math> (ج) <math>y = \frac{5}{x^2 - 2x}</math></p>	۱۵
۴	<p>(الف) عبارت زیر را تعیین علامت کنید.</p> $\frac{(x - \sqrt{3})(x^2 - 1)(-x + 2)^{15}}{x^3(-x^2 + 9)^4}$ <p>(ب) نامعادله زیر را حل کنید و مجموعه جواب را به صورت بازه بنویسید.</p> $x^2 - 5x + 6 \leq 0$ <p>(ج) حدود <math>a</math> را چنان بیابید که عبارت <math>ax^2 + 3x + 1</math> به ازای تمام مقادیر <math>x</math> همواره مثبت باشد.</p>	۱۶
۲	<p>توابع زیر را رسم کنید و دامنه و برد آن را بنویسید.</p> <p>(الف) <math>y = 2^x</math> (ب) <math>y = \left(\frac{1}{2}\right)^x</math></p>	۱۷

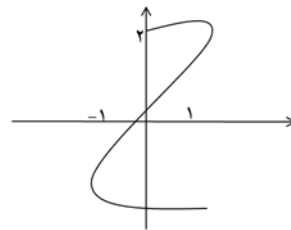


ردیف	راهنمای تصحیح	صفحه: .....	محل مهر یا امضاء مدیر												
۱			<table border="1"> <thead> <tr> <th>n</th> <th>۱</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>...</th> <th>n</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>تعداد چوب کبریت</td> <td>4</td> <td>7</td> <td>10</td> <td></td> <td>3n+1</td> </tr> </tbody> </table> <p><math>a_1 = 4 \quad d = 3</math> <math>a_n = a_1 + (n-1)d \rightarrow a_n = 3n + 1</math></p>	n	۱	2	3	...	n	تعداد چوب کبریت	4	7	10		3n+1
n	۱	2	3	...	n										
تعداد چوب کبریت	4	7	10		3n+1										
۲			<p> <math display="block">\begin{cases} a_1 a_r = 4 \rightarrow (a_1)^2 q^r = 4 \\ \rightarrow \frac{(a_1)^2 q^r}{(a_1)^2 q^6} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4} \rightarrow q^r = 4 \rightarrow q = \pm \sqrt[4]{4} \\ a_5 a_r = 16 \rightarrow (a_1)^2 q^r = 16 \\ (a_1)^2 (\pm \sqrt[4]{4})^r = 4 \rightarrow a_1 = \pm \sqrt{2} \end{cases}</math> </p> <p><math>a_n = (\pm \sqrt{2})(\pm \sqrt[4]{4})^n</math></p>												
۳			<table border="1"> <thead> <tr> <th>n</th> <th>۱</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>...</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>مقدار آب</td> <td>28.5</td> <td>32</td> <td>35.5</td> <td></td> <td>3.5n+25</td> </tr> </tbody> </table> <p><math>a_1 = 28.5, \quad d = 3.5</math> در هر دقیقه مقدار ثابت ۳/۵ لیتر آب اضافه می شود، پس یک دنباله حسابی می باشد. <math>a_n = a_1 + (n-1)d \rightarrow a_n = 28.5 + (n-1)3.5 \rightarrow a_n = 3.5n + 25</math> ۲ دقیقه <math>a_2 = 3.5 \times 2 + 25 = 32</math> ۱ ثانیه <math>a_{\frac{1}{60}} = 3.5 \times \frac{1}{60} + 25 = 0.058</math> دقیقه ۱۰۲ <math>102 = 3.5n + 25 \rightarrow n = \frac{102-25}{3.5} = 22</math></p>	n	۱	2	3	...	مقدار آب	28.5	32	35.5		3.5n+25	
n	۱	2	3	...											
مقدار آب	28.5	32	35.5		3.5n+25										
۴			<p><math>3m + 4, 2m - 4, 2m + 1</math></p> <p>حسابی : <math>2(2m-4) = 2m+1 + 3m+4</math></p> <p><math>4m - 8 = 5m + 5</math></p> <p><math>4m - 5m = 5 + 8</math></p> <p><math>-m = 13 \rightarrow m = -13</math></p> <p><math>-35, -30, -25</math></p>												
۵			<p><math>a_1 = 2 \quad a_n = a_{n-1} \quad n \geq 2</math></p> <p><math>a_2 = a_1 = 2</math></p> <p><math>a_3 = a_2 = 2</math></p> <p><math>a_n = a_{n-1} = 2 \rightarrow</math> دنباله حاصل، دنباله ثابت ۲ می باشد، پس به عدد ۲ نزدیک می شود</p>												

$a_1 = 0.4$ , $a_2 = 0.42$ , $a_3 = 0.428$ , $a_4 = 0.4285$ , $a_5 = 0.42857$ $a_6 = 0.428571$ , $a_7 = 0.4285714$ , $a_8 = 0.42857142$ $a_8 - a_6 = 42 \times 10^{-8}$	۶						
$(\sqrt{5} - \sqrt{7})^{\sqrt{6}-2} (\sqrt{5} + \sqrt{7})^{\frac{2}{2+\sqrt{6}}}$ $\frac{2}{2 + \sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{6}-2}{\sqrt{6}-2} = \sqrt{6}-2$ $(\sqrt{5} - \sqrt{7})^{\sqrt{6}-2} (\sqrt{5} + \sqrt{7})^{\sqrt{6}-2} = (-2)^{\sqrt{6}-2}$	۷						
$\sqrt[6]{\sqrt{7} \times \sqrt{14}} = \sqrt[6]{\sqrt[2]{7 \times 14}} = \sqrt[6]{98} = 98^{\frac{1}{6}}$	۸						
الف) $g(1) = 3$ $f(g(1)) = f(3) = -3^2 + 4 = -9 + 4 = -5$ ب) $\frac{5f(-9) + g(f(0))}{g(-1)}$ $f(-9) = \sqrt{-(-9)} = \sqrt{9} = 3$ $f(0) = 2 \rightarrow g(f(0)) = g(2) = 3$ $\frac{5 \times 3 + 3}{3} = \frac{15 + 3}{3} = 6$	۹						
$(a, a - 2a) = (a, -a)$ جایگذاری در ضابطه اول $(a, 3a - 1) = (a, 3a - 1)$ جایگذاری در ضابطه دوم شرط تابع بودن: $3a - 1 = -a \rightarrow 4a = 1 \rightarrow a = \frac{1}{4}$	۱۰						
$D = [-2, 4]$ $R = \{-2\} \cup [-1, 4]$	۱۱						
الف) $y = -200 + 5x$ <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>40</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>-200</td> <td>0</td> </tr> </table>  ب) $100 = -200 + 5x \rightarrow 300 = 5x \rightarrow x = 60$ ج) سود نداریم د) $y > 0 \rightarrow -200 + 5x > 0 \rightarrow 5x > 200 \rightarrow x > 40$ حداقل ۴۱ کالا باید تولید شود.	x	0	40	y	-200	0	۱۲
x	0	40					
y	-200	0					



یک به یک نیست



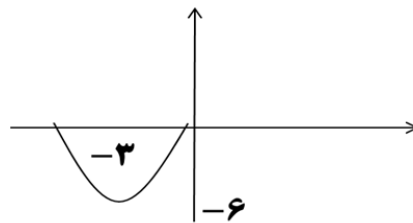
تابع نیست

۱۳

$$y = x^2 + 6x + 3$$

$$y = (x+3)^2 - 6 \rightarrow y = x^2 + 6x + 9 - 9 + 3$$

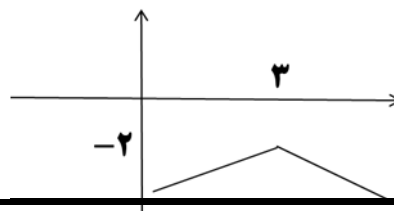
$$D: \mathbb{R} \quad R = [-6, +\infty) \quad \text{مینیمم مقدار} = -6$$



(الف)

$$Y = -|x-3| - 2$$

$$D: \mathbb{R} \quad R = (-\infty, -2] \quad \text{ماکزیمم مقدار} = -2$$



(ب)

۱۴

$$y = \frac{5}{x^2 - 2x}$$

$$x^2 - 2x = 0 \rightarrow x(x-2) = 0 \rightarrow x = 0 \text{ یا } x = 2$$

$$D: \mathbb{R} - \{0, 2\}$$

$$y = x^2 - \frac{2}{5}x - 1$$

$$D: \mathbb{R}$$

$$y = \sqrt{-2x+7}$$

$$-2x+7 \geq 0 \rightarrow -2x \geq -7 \rightarrow x \leq \frac{7}{2}$$

$$D: (-\infty, \frac{7}{2}]$$

۱۵

$$x - \sqrt{3} = 0 \rightarrow x = \sqrt{3}$$

$$x^2 - 1 = 0 \rightarrow x = \pm 1$$

$$-x + 2 = 0 \rightarrow x = 2$$

$$x^2 = 0 \rightarrow x = 0$$

$$-x^2 + 9 = 0 \rightarrow x = \pm 3$$

$x$	$-\infty$	$-3$	$-1$	$0$	$1$	$\sqrt{3}$	$2$	$3$	$+\infty$
$x - \sqrt{3}$	-	-	-	-	-	0	+	+	+
$x^2 - 1$	+	+	+	+	+	+	+	+	+
$(-x+2)^{10}$	+	+	+	+	+	+	+	+	+
$x^2$	-	-	-	+	+	+	+	+	+
$(-x^2+9)^2$	+	+	+	+	+	+	+	+	+
$y$	+	0	+	-	0	-	+	-	0

الف

$$x^2 - 5x + 6 \leq 0$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$(x-3)(x-2) = 0 \rightarrow x = 3 \text{ یا } x = 2$$

$$\text{مجموعه جواب} = [2, 3]$$

(ب)

۱۶

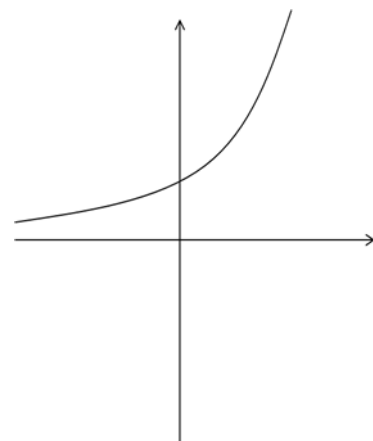
$$\begin{cases} \Delta < 0 \\ a > 0 \end{cases} \rightarrow \text{همواره مثبت } P \quad 9 - 4a < 0 \rightarrow 9 < 4a \rightarrow \frac{9}{4} < a$$

$$a > 0$$

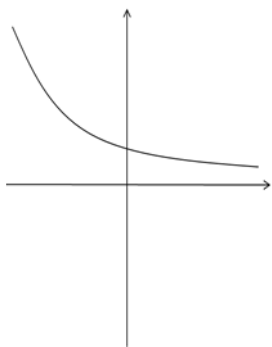
$$\text{جواب} \quad a > \frac{9}{4} \rightarrow \left( \frac{9}{4}, +\infty \right)$$

(ج)

(الف)



(ب)



$$D : \mathbb{R}$$
$$R = (0, +\infty)$$