

|                     |  |                          |
|---------------------|--|--------------------------|
| نام: _____          | وزارت آموزش و پرورش                                      | نام درس: ریاضی ۲         |
| نام خانوادگی: _____ | اداره ی کل آموزش و پرورش شهرستان                         | نام دبیره: آقای محمدنژاد |
| کلاس: _____         | آموزش و پرورش منطقه ۱۱ تهران                             | تاریخ امتحان: ۹۳/۱۰/۸    |
| رشته: _____         | دبیرستان و پیش دانشگاهی غیر دولتی پسرانه سرای دانش آفتاب | ساعت امتحان: ۸ صبح       |
| شماره صندلی: _____  | امتحانات پایان نیمسال اول سال تحصیلی ۹۴-۹۳               | مدت امتحان: ۹۰ دقیقه     |

## سؤالات

۱- در یک تصاعد حسابی جمله ی اول آن ۳ و قدرنسبت آن ۴ است. جمله ی هفدهم این تصاعد چند برابر جمله ی سوم آن است؟

۲- بین اعداد ۸ و  $\frac{81}{4}$  سه واسطه ی هندسی درج کرده ایم. جمله ی سوم این تصاعد چقدر است؟

۳- اگر رابطه  $R = \{(1, 3), (m, 7), (3, 9), (1, m^2 - 2m)\}$  تابع باشد،  $m$  کدام مقادیر را می تواند بپذیرد؟

۴- دامنه ی تابع های زیر را تعیین کنید.

الف)  $f(x) = \frac{3x - 1}{2x^2 - 8}$

ب)  $g(x) = \sqrt{9 - x^2}$

۵- فواصل زیر را ساده کنید و جواب را روی محور نشان دهید.

الف)  $(-2, 3) \cap [0, 5)$

ب)  $[-1, 3) \cup (2, 4]$

۶- نمودار تابع  $f(x) = ||x - 1| - 2|$  را رسم کنید.

۷- نامعادله ی  $1 - \frac{x}{x+1} - \frac{x-1}{x} \geq 0$  را حل کرده و جواب را به صورت بازه نشان دهید.

۸- اگر تابع با ضابطه ی  $f(x) = \frac{x^3 + ax^2 - bx + c}{x^2 + 2x + 3}$  تابع همانی باشد حاصل  $a + b + c$  کدام است؟

۹- دامنه ی تابع  $f(x) = \frac{x-2}{\sqrt{x+2}} - \frac{\sqrt{1-x}}{1+x}$  کدام است؟

۱۰- به ازای کدام مقادیر  $m$ ، عبارت  $(m-1)x^2 + 6x + 2m + 1$ ، برای هر مقدار دلخواه  $x$  مثبت است؟

۱۱- اگر در تابع  $f(x) = ax^3 + bx^2$  مقدار  $f(1) - f(-1) = -4$  باشد، مقدار  $a$  کدام است؟

۱۲- اگر  $f(x^2) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ ، حاصل  $f\left(-\frac{1}{x}\right) \cdot f(x)$  کدام است؟

موفق باشید

$$\frac{t_{17}}{t_3} = \frac{t_1 + 16d}{t_1 + 2d} = \frac{3 + 64}{3 + 8} = \frac{67}{11} \quad -1$$

$$8, x, y, z, \frac{81}{4} \quad -2$$

y واسطه‌ی هندسی بین 8 و  $\frac{81}{4}$  است پس  $y = \sqrt{8 \times \frac{81}{4}} = 18$

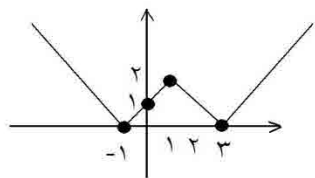
3- مولفه اول زوج‌های اول و چهارم برابر است پس:  
ولی اگر  $m = 3$  باشد، باز هم تابع نمی‌باشد. (زوج دوم و سوم)  
 $m^2 - 2m = 3 \Rightarrow m = 3, -1$   
 $\Rightarrow m = -1$

الف)  $2x^2 - 8 \neq 0 \Rightarrow x \neq \pm 2 \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{-2, 2\}$   $\frac{0.25}{0.5}$   $-4$

ب)  $9 - x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \leq 9 \Rightarrow -3 \leq x \leq 3$  یا  $D_g = [-3, 3]$   $\frac{0.5}{0.5}$

الف)  $(-2, 3) \cap [0, 5) = [0, 3)$   $\frac{0.25}{0.5}$   $-5$

ب)  $[-1, 3) \cup (2, 4] = [-1, 4]$   $\frac{0.25}{0.5}$



$$\frac{x^2 - x^2 + 1}{x^2 + x} \geq -1 \Rightarrow \frac{1}{x^2 + x} + 1 \geq 0 \Rightarrow \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + x} \geq 0 \quad -7$$

$\frac{0.25}{0.25} \quad \frac{0.25}{0.25} \quad \frac{0.25}{0.25}$

$x^2 + x + 1 > 0 \Rightarrow x^2 + x > 0$   
 $\frac{0.25}{0.25} \quad \frac{0.25}{0.25}$

جواب =  $(-\infty, -1) \cup (0, +\infty)$   $\frac{0.25}{0.25}$

|           |           |       |           |
|-----------|-----------|-------|-----------|
| x         | $-\infty$ | 0     | $+\infty$ |
| $x^2 + x$ | +         | 0 - 0 | +         |

8- گزینه‌ی 3 پاسخ صحیح است. چون همواره  $x^2 + 2x + 3 \neq 0$  دامنه‌ی f برابر R است، پس کافی است به ازای هر  $x \in \mathbb{R}$  تساوی  $f(x) = x$  برقرار باشد:

$$f(x) = x \Rightarrow \frac{x^3 + ax^2 - bx + c}{x^2 + 2x + 3} = x \Rightarrow x^3 + ax^2 - bx + c = x^3 + 2x^2 + 3x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \Rightarrow a + b + c = -1 \\ c = 0 \end{cases}$$

۹- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

باید عبارات زیر رادیکال نامنفی و مخرج کسرها مخالف صفر باشد، لذا داریم:

$$\begin{cases} x+2 > 0 \rightarrow x > -2 \\ 1-x \geq 0 \rightarrow x \leq 1 \\ 1+x \neq 0 \rightarrow x \neq -1 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} -2 < x \leq 1, x \neq -1$$

که آنرا می‌توان بصورت  $D_f = (-2, 1] - \{-1\}$  نشان داد.

۱۰- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. تابع درجه‌ی دوم  $y = ax^2 + bx + c$  همواره مثبت است.

هر گاه:  $a > 0$ ,  $\Delta < 0$  پس در عبارت  $(m-1)x^2 + 6x + 2m+1$  خواهیم داشت.

$$\begin{cases} \Delta < 0 \Rightarrow (6^2) - 4(2m+1)(m-1) < 0 \\ a > 0 \Rightarrow m-1 > 0 \Rightarrow m > 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4m^2 - 4m - 4 < 0 \\ m > 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2m^2 - m - 1 > 0 \Rightarrow (m+2)(2m-5) > 0 \\ m < 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m < -2 \cup m > \frac{5}{2} \\ m > 1 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} m > \frac{5}{2} \Rightarrow m > 2.5$$

$$\left. \begin{matrix} f(1) = a + b \\ f(-1) = -a + b \end{matrix} \right\} \Rightarrow f(1) - f(-1) = (a + b) - (-a + b) = 2a = -4 \Rightarrow a = -2 \quad -11$$

بنابراین گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

۱۲- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} \Rightarrow f(x) = \frac{x - 1}{x + 1}, f\left(-\frac{1}{x}\right) = \frac{-\frac{1}{x} - 1}{-\frac{1}{x} + 1} \Rightarrow f\left(-\frac{1}{x}\right) = \frac{x + 1}{1 - x}$$

$$\Rightarrow f(x) \cdot f\left(-\frac{1}{x}\right) = \frac{x - 1}{x + 1} \times \frac{x + 1}{1 - x} = -1$$