

با نام و یاد خداوند متعال

سلام دانش آموز عزیزم. امیدوارم سلامت و شاد باشی. امروز میخوایم فصل دوم ریاضیات یازدهم تجربی رو با هم مطالعه کنیم.



در ابتدا به تعاریف و ویژگیهای زیر دقت کن :

تعریف عمود منصف : عمود منصف پاره خطی است که دارای دو ویژگی زیر باشد :

(۱) به خط AB عمود میشوند .

(۲) خط AB را به دو قسمت مساوی تقسیم میکند .

خواص عمود منصف :

فاصله هر نقطه روی عمود منصف از دو سر پاره خط AB به یک اندازه است .

پس هر نقطه که از دو سر یک پاره خط به فاصله یکسان قرار داشته باشد روی

عمود منصف قرار دارد .

تعریف نیمساز : نیمساز پاره خطی است که از هر رأس رسم شده ، و زاویه نظیر آن

رأس را نصف میکند . یا به عبارت ساده تر : نیمساز یک زاویه ، پاره خطی است که

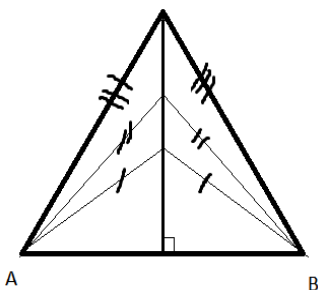
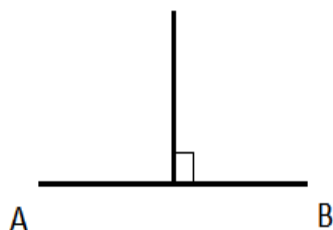
یک زاویه را به دو زاویه کوچکتر و مساوی تقسیم میکند . دقت کن که نیمساز ، همیشه داخل زاویه قرار دارد .

فاصله هر نقطه روی نیمساز یک زاویه از دو ضلع آن زاویه به یک اندازه (برابر) میباشد .

هر نقطه که از دو ضلع یک زاویه به فاصله یکسان باشد ، روی نیمساز آن زاویه قرار دارد .

استدلال و قضیه تالس :

تعریف نسبت و تناسب : نسبت دو عدد دلخواه مثل a و b را همیشه به صورت کسر $\frac{a}{b}$ نمایش میدهیم .



$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

تناسب یعنی دوتا نسبت با هم برابر باشند . دقیقاً یعنی:

نکته مهم در هر تناسب به a و d جملات کناری و به b و c جملات میانی می‌گوییم .

شرط برقراری این تناسب این است که $ad = cb$ → $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ برقرار باشد . (یعنی حاصلضرب جملات کناری با حاصلضرب جملات میانی برابر باشند .)

ویژگیهای تناسب :

(۱) اگر جای جملات میانی عوض بشه داریم : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ دقت کن که در این جا به جایی ، جای a و d که جملات کناری هستند عوض نشده .

(۲) میتونیم کسرها رو معکوس بکنیم . یعنی داریم $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c}$ (فقط دقت کن که هر کاری که میخوای انجام بدی ، باید برای دو طرف تساوی انجام بدی) .

(۳) میتونیم صورت هر کسر رو با مخرج خودش جمع بکنیم و به تناسب جدیدی برسیم . یعنی خواهیم داشت :

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow \begin{cases} \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d} \leftarrow \text{ترکیب نسبت در صورت} \\ \frac{a}{b+a} = \frac{c}{d+c} \leftarrow \text{ترکیب نسبت در مخرج} \end{cases}$$

(۴) میتونیم صورت هر کسر رو از صورت و مخرج آن کم بکنیم و به تناسب جدیدی برسیم . یعنی خواهیم داشت :

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow \begin{cases} \frac{a-b}{a} = \frac{c-d}{c} \leftarrow \text{تفاضل نسبت در صورت} \\ \frac{a}{b-a} = \frac{c}{d-c} \leftarrow \text{تفاضل نسبت در مخرج} \end{cases}$$

(۵) میتونیم صورت همه کسرها رو با هم و مخرج ها رو هم با هم جمع کنیم و به نسبت جدیدی برسیم . یعنی :

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow \frac{a+c}{b+d} \leftarrow \text{برای دو تا نسبت}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} \rightarrow \frac{a+c+e}{b+d+f} \leftarrow \text{برای سه تا نسبت}$$

اصلا نگران نباش چون میتونی به جای همه این ویژگی ها از طرفین وسطین استفاده بکنی .

$$\frac{x}{x+2} = \frac{2}{3}$$

مثال دو رابطه مقابل مقدار x را بیا

جواب : اگر از ویژگیهایی که در صفحه قبل خوندید بخوایم استفاده بکنیم کافیه که از مخرج هر نسبت صورتشو کم کنیم . یعنی :

روش اول :

$$\frac{x}{x+2} = \frac{2}{3} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین انجام میدیم}} \frac{x}{x+2-x} = \frac{2}{3-2} \rightarrow \frac{x}{2} = \frac{2}{1} \rightarrow x \times 1 = 2 \times 2 \rightarrow x = 4$$

روش دوم : از اول راه طرفین وسطین رو انجام میدیم . یعنی :

$$\frac{x}{x+2} = \frac{2}{3} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} \underbrace{x \times 3}_{3x} = \underbrace{2 \times (x+2)}_{2x+4} \xrightarrow{\text{معلومها یک طرف و مجهولها یک طرف}} 3x - 2x = 4 \rightarrow x = 4$$

بازهم به جوابی که در روش اول به دست آوردیم رسیدیم . دیگه میتونی روشهای دلخواهتو خودت انتخاب بکنی .

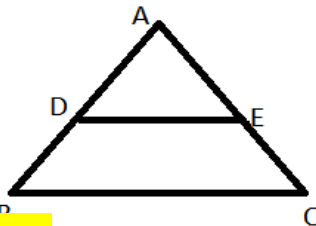
نالس :

به استدلالی که از هر مشاهده و بررسی یک موضوع در چند حالت . نتیجه کلی در آن موضوع گرفته میشود یا به اصطلاح از جزء به کل میرسیم استدلال استقرایی میگوئیم .

نکته مهم نوع دیگری از استدلال که بر اساس نتیجه گیری منطقی . بر پایه واقعیت هایی است که درستی آنها را پذیرفته ایم وجود دارد که به این استدلال . استدلال استنتاجی میگوئیم .

قضیه نالس در مثلث :

اگر خطی موازی با یک ضلع مثلث . دو ضلع دیگر را قطع کند . پاره خط های متناسب میسازد . یعنی :



$$DE \parallel BC \leftrightarrow \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

به تناسب $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ تناسب جزء به جزء میگوئیم . چون در این تناسب هیچ اثری از پاره خطهای موازی DE و BC نمیبینیم .

حالا اگر در صورت سوالی که توی امتحان میاد . خود پاره خط های DE یا BC رو از اما بخوان . باید تناسبها رو جزء به کل بنویسیم تا بتونیم از دو پاره خط موازی داده شده توی تناسبی که مینویسیم استفاده بکنیم . یعنی داریم :

$$DE \parallel BC \leftrightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$$

مثال دو شکل مقابل $DE \parallel BC$. مقدار x و y را بیابید؟

جواب : مقدار y رو میتونیم با استفاده از تناسب جزء به جزء محاسبه کنیم .

یعنی :

$$DE \parallel BC \leftrightarrow \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \rightarrow \frac{3}{2} = \frac{4.5}{y} \rightarrow 3y = 2 \times 4.5$$

$$\rightarrow 3y = 9 \rightarrow y = \frac{9}{3} \rightarrow y = 3$$

حالا برای محاسبه x باید از تناسب جزء به کل استفاده بکنیم . یعنی :

$$DE \parallel BC \leftrightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} \rightarrow \frac{3}{3+2} = \frac{4.5}{3+4.5} = \frac{x}{10}$$

حالا میتونیم از بین کسرهایی که داریم یکی رو به دلخواه نادیده بگیریم . من کسر $\frac{4.5}{7.5}$ رو نادیده میگیرم چون همینطور که میبینی بین کسرها علامت مساوی وجود داره . پس اجازه داریم یکی رو نادیده بگیریم . حالا به تناسب زیر میرسیم :

$$\frac{3}{3+2} = \frac{x}{10} \rightarrow \frac{3}{5} = \frac{x}{10} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 3 \times 10 = x \times 5 \rightarrow 30 = 5x \rightarrow x = \frac{30}{5} \rightarrow x = 6$$

نتیجه مهم اگر جای فرض و حکم یک قضیه را عوض کنیم ، آنچه حاصل میشود **عکس قضیه** است . عکس یک

قضیه میتواند **درست** یا **نادرست** باشد .

گزاره : گزاره یک جمله خبری است که دقیقاً درست یا نادرست باشد و ممکن است درست یا نادرست بودن آن بر ما معلوم نباشد . گزاره میتواند تنها یک خبر را اعلام کند . که به آن گزاره ساده میگوییم و اگر گزاره بیش از یک خبر را اعلام کند و ترکیبی از چند گزاره ساده باشد به آن گزاره مرکب میگوییم .

مثل : (فردا سه شنبه است) ویا (سه عددی زوج است) . هر کدام گزاره های ساده هستند و گزاره فردا سه شنبه است یک گزاره درست و سه عددی زوج است یک گزاره نادرست است .

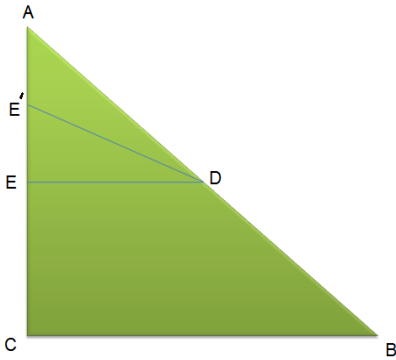
گزاره (فردا سه شنبه است و سه عددی زوج است) یک گزاره مرکب است .

نقیض یک گزاره : ارزش یک گزاره ، یا درست است و یا نادرست . پس نقیض یک گزاره دقیقاً ارزشی مخالف ارزش آن گزاره دارد . یعنی اگر گزاره ای درست باشد ، نقیض آن قطعاً نادرست است و اگر یک گزاره نادرست باشد ، نقیض آن قطعاً درست است .

نوعی از استدلال که در مسائل ریاضی و هندسی به کار برده میشود ، **برهان غیر مستقیم** یا **برهان**

خلف نامیده میشود. به این صورت که به جای اینکه به طور مستقیم از فرض شروع و به درستی حکم برسیم، فرض میکنیم **حکم درست نباشد** (فرض خلف) و به یک تناقض یا به یک نتیجه غیر ممکن میرسیم و به این ترتیب **فرض خلف باطل** و **درستی حکم ثابت** میشود .

عکس قضیه تالس :



اگر مانند شکل زیر در مثلث ABC داشته باشیم $\frac{AE}{EC} = \frac{AD}{DB}$ آنگاه $DE \parallel BC$

$$\frac{AE}{EC} = \frac{AD}{DB} \leftrightarrow DE \parallel BC$$

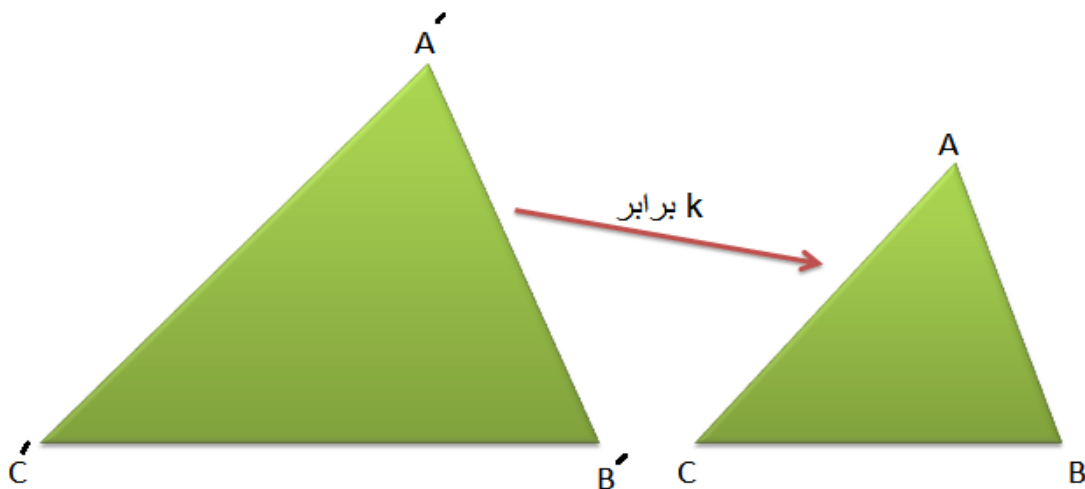
مشترک \hat{A} و $\hat{C} = \hat{E}$ و $\hat{D} = \hat{B}$

$$\hat{D} + \hat{A} + \hat{E} = \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \rightarrow DE \parallel BC$$

تشابه مثلثها :

در برخی مواقع اضلاع مثلثها موازی نیستند ، اما تناسب برقرار است ، در این صورت میگوییم دو مثلث متشابه یکدیگرند .

در تشابه مثلثها تمام ابعاد یکی ، k برابر دیگری است .



$$\Delta A'B'C' \sim \Delta ABC$$

$$1) A'B' = k \cdot AB$$

$$2) A'C' = k \cdot AC$$

$$3) B'C' = k \cdot BC$$

شرط تشابه دو مثلث : شرط تشابه دو مثلث این است که **زاویه های برابر و اضلاع متناسب داشته باشند** .

درمورد مثلثها سه نوع تشابه قابل بررسی هستند :

(۱) دو مثلث وقتی متشابه اند که دو جفت زاویه مساوی داشته باشند . یعنی :

$$\begin{cases} \hat{A} = \hat{A'} \\ \hat{B} = \hat{B'} \end{cases} \rightarrow ABC \sim A'B'C'$$

(۲) دو مثلث وقتی متشابه اند که اضلاع متناسب داشته باشند . یعنی :

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC} \rightarrow ABC \sim A'B'C'$$

(۳) اگر دو مثلث ، دو جفت ضلع متناسب داشته باشند و یک زاویه بین آنها برابر باشد ، آنگاه دو مثلث باهم متشابه اند . یعنی :

$$\begin{cases} \frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} \\ \hat{A} = \hat{A'} \end{cases} \rightarrow ABC \sim A'B'C'$$

تقریباً تمامی تستهای کنکور تا به حال از حالت (۱) بوده . پس لازمه بازم تأکید کنم : دو مثلث وقتی

نکته مهم

متناسب هستند که دو جفت زاویه مساوی داشته باشند و در این صورت تمام ابعاد یکی k برابر دیگری است . پس دقت کن که **نسبت**

میانها و ارتفاع ها نیز همان k است یعنی :

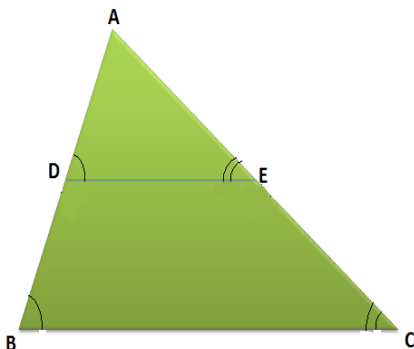
$$k = \text{نسبت تشابه} = \frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{\text{محیط } A'B'C'}{\text{محیط } ABC} = \frac{A'M'}{AM} = \frac{A'H'}{AH}$$

میانها ارتفاع ها

قضیه اساسی تشابه مثلثها :

اگر خطی موازی یکی از اضلاع مثلث ، دو ضلع دیگر آن را قطع کند ، در این صورت

مثلث کوچکی که به وجود می آید با مثلث بزرگ اولیه متشابه است .



روابط طولی در مثلث قائم الزاویه : به نتیجه گیری خیلی مهم زیر دقت کن :

در هر مثلث قائم الزاویه ، **ارتفاع وارد بر وتر** ، دو مثلث قائم الزاویه به وجود می آورد که با هم و با

نتیجه

مثلث اصلی متشابه اند .

استاد : سمانه ترکی

مبحث : فصل دوم ریاضی یازدهم تجربی

بازم یک فصل دیگه رو با هم به اتمام رسوندیم . انتظار دارم الان بتونی هم نمونه سوالات پایانترم مربوط به این فصل رو به راحتی پاسخ بدی و هم بتونی تست بزنی چون تمامی نکاتی رو که باید در مورد این فصل می آموختی رو بهت آموزش دادم . این فصل حاوی مطالب ساده ای بود. البته خواهش میکنم مطالعه این فصل رو به دوستانتون که سال دهم رشته ریاضی هستند هم پیشنهاد بدید که بتونن از این جزوه برای یادگیری هرچه بهتر هندسه شون کمک بگیرند . البته لازمه بازهم یادآوری کنم که ممکنه نظم و ترتیب تدوین این جزوه با نظم و ترتیب ارائه مطالب داخل کتابتون متفاوت باشه ، مطمئن باشید نظم و ترتیب این جزوه در یادگیری هرچه بهتر و راحتتر این فصل از کتابتون کمک قابل توجهی خواهد کرد .

از اینکه شما دانش آموزان تیزهوشم نظراتتون رو توی سایت برای من مینویسید خیلی خیلی خوشحال میشم و بینهایت قدردان و متشکرم .

شماره تماس استاد ترکی : ۰۹۱۸۶۹۹۸۱۳۰

www.hamkelasi.ir

آدرس سایت ما :



پایان فصل دوم