

باسمه تعالی

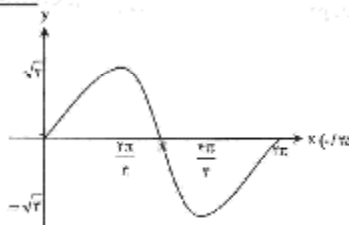
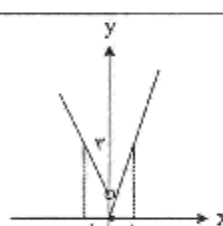
ردیف	سوالات	نمره
<p>سوالات امتحان نهایی درس : حسابان رشته : ریاضی فیزیک ساعت شروع : ۳۰ : ۱۰ صبح مدت امتحان : ۱۵۰ دقیقه</p> <p>سال سوم آموزش متوسطه تاریخ امتحان : ۱۳۸۸ / ۱۰ / ۲۴</p> <p>دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نیم سال اول (دی ماه) سال تحصیلی ۱۳۸۸ - ۸۹ اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a></p>		
۱	<p>اگر <math>f(x) = \sqrt{x-3}</math> و <math>g(x) = \frac{x}{x-2}</math> باشد مطلوبست :</p> <p>الف) محاسبه دامنه توابع <math>f</math> , <math>g</math> , <math>f \circ g</math> .</p> <p>ب) ضابطه تابع <math>f \circ g</math> در صورت وجود.</p>	۱/۲۵
۲	<p>هر گاه باقیمانده تقسیم چند جمله‌ای <math>f(x)</math> بر <math>x+2</math> و <math>x-2</math> به ترتیب ۲ و ۷ باشد ، باقیمانده تقسیم <math>f(x)</math> بر <math>x^2+x-6</math> را به دست آورید.</p>	۱/۲۵
۳	<p><math>f^{-1}</math> معکوس <math>f</math> می باشد . معکوس تابع <math>g(x) = \frac{2}{2+f(x)}</math> را حساب کنید.</p>	۱
۴	<p>برای هر دو عدد حقیقی <math>a</math> , <math>b</math> درستی نامساوی مقابل را نشان دهید.</p> $ a-b  \leq  a + b $	۰/۷۵
۵	<p>درستی رابطه‌ی مقابل را ثابت کنید.</p> $\sin 40^\circ \cdot \cos 50^\circ = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 80^\circ$	۰/۷۵
۶	<p>حدود زیر را در صورت وجود محاسبه کنید .</p> <p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin(\pi x - \pi)}{x - \frac{\pi}{2}}</math></p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x^2 + 2}{x^2 - 1}</math></p> <p>ج) <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 2x} - x</math></p> <p>د) <math>\lim_{x \rightarrow 1} \frac{-x+2}{x^2-1}</math></p>	۲/۷۵
۷	<p>پیوستگی تابع <math>f(x) = \begin{cases} x - \frac{x+2}{x+3} &amp; x \neq -1 \\ -2 &amp; x = -1 \end{cases}</math> را در نقطه‌ی <math>x_0 = -1</math> بررسی کرده و نوع آن را مشخص کنید. ( [ ] علامت جزء صحیح است. )</p>	۱/۲۵
۸	<p>معادلات خطوط مجانب قائم و افقی تابع <math>y = \frac{2x-5}{ 2x -3}</math> را در صورت وجود تعیین کنید.</p>	۱
« ادامه ی سوالات در صفحه ی دوم »		

ردیف	سؤالات	نمره
سوالات امتحان نهایی درس : حسابان رشته : ریاضی فیزیک ساعت شروع : ۳۰ : ۱۰ صبح مدت امتحان : ۱۵۰ دقیقه سال سوم آموزش متوسطه تاریخ امتحان : ۱۳۸۸ / ۱۰ / ۲۴ دانش آموزان و داوطلبان ازاد سراسر کشور در نیم سال اول (دی ماه) سال تحصیلی ۱۳۸۸-۸۹ اداره ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>		
۹	الف) مشتق توابع زیر را حساب کنید. ( ساده کردن الزامی نیست. ) $۱) y = \frac{(x+1)^x}{x + \cot x}$ $۲) y = \sqrt[3]{x-3} (3x^2 + 2x)$ $۳) x^x - x^2 y^2 - 2y = 3x + 1$ $۲) y = \text{Arctan}(x^2 + 2x)$ ب) اگر $f'(x) = 2x + 1$ باشد مشتق تابع $y = f(\sin x)$ را به دست آورید.	۲/۲۵
۱۰	از نقاط برخورد نمودار $f(x) = \frac{x-4}{x-2}$ با محورهای مختصات دو مماس بر تابع رسم شده است. نشان دهید این دو مماس با یکدیگر موازی اند.	۱/۲۵
۱۱	اگر طول ضلع مربعی یا آهنگ آنی $0.15$ سانتی متر بر ثانیه افزایش یابد در لحظه ای که مساحت مربع $S = 1.0 \text{ cm}^2$ شود آهنگ آنی تغییر مساحت آن چقدر است ؟	۱
۱۲	مشتق پذیری تابع $f$ با ضابطه $f(x) = x x-5 $ را در نقطه ای $x_0 = 5$ بررسی کنید.	۱
۱۳	$a$ , $b$ را چنان بیابید که نقطه ای $(1, -1)$ مرکز تقارن تابع $y = x^2 + ax^2 + b$ باشد.	۱
۱۴	جدول تغییرات و نمودار تابع $y = \frac{3 \sin x}{2 + \cos x}$ را بازه ای $[0, 2\pi]$ رسم کنید.	۱/۵
۱۵	ابتدا نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} 2x & x \geq 0 \\ 1-2x & x < 0 \end{cases}$ را رسم کرده ، سپس با استفاده از نمودار حاصل $\int_1^1 f(x) dx$ را حساب کنید.	۱/۲۵
۲۰	موفق باشید *	جمع نمره

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
<p>راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : حسابان            رشته : ریاضی فیزیک            سال سوم آموزش متوسطه            تاریخ امتحان : ۱۳۸۸ / ۱۰ / ۲۴            دانش آموزان آزاد سرانبر کشور در نیم سال اول (دی ماه) سال تحصیلی ۱۳۸۸-۸۹            اداره ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی  <a href="http://aee.moda.ir">http://aee.moda.ir</a></p>		
۱	<p>الف) <math>D_f : x - 2 \geq \Rightarrow x \geq 2</math> (-/۲۵)</p> <p><math>D_g = R - \{2\}</math> (-/۲۵)</p> <p><math>D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \left\{ x \neq 2 \mid \frac{x}{x-2} \geq 2 \right\} = (2, 2]</math> (-/۲۵)</p> <p style="text-align: center;">(-/۲۵)</p> $\frac{x}{x-2} - 2 \geq 0 \Rightarrow 2 < x \leq 2$ <p>ب) <math>f \circ g(x) = \sqrt{\frac{x}{x-2} - 2}</math> (-/۲۵)</p>	۱/۲۵
۲	<p><math>f(x) = (x^2 + x - 6) Q(x) + (ax + b)</math> (-/۲۵)</p> <p><math>f(-2) = -2a + b = 2</math> (-/۲۵)</p> <p style="text-align: center;"><math>\Rightarrow a = 1, b = 5</math> (-/۲۵) <math>\Rightarrow R = x + 5</math> (-/۲۵)</p> <p><math>f(2) = 2a + b = 7</math> (-/۲۵)</p>	۱/۲۵
۳	<p><math>y = g(x) = \frac{y}{2 + f(x)}</math> <math>g^{-1}(y) = x</math> <math>f(x) = \frac{y - 2y}{y} \Rightarrow x = f^{-1}\left(\frac{y - 2y}{y}\right)</math></p> <p style="text-align: center;">(-/۲۵) (-/۲۵) (-/۲۵)</p> <p><math>\Rightarrow g^{-1}(x) = f^{-1}\left(\frac{y - 2x}{x}\right)</math> (-/۲۵)</p>	۱
۴	<p>کافیست در نامساوی مثلث یعنی: <math> a + b  \leq  a  +  b </math> (-/۲۵) <math>b</math> به <math>(-b)</math> تبدیل شود. (-/۲۵)</p> <p>بنابراین: <math> a + (-b)  \leq  a  +  (-b)  \Rightarrow  a - b  \leq  a  +  b </math> (-/۲۵)</p>	۰/۲۵
۵	<p><math>\sin 70^\circ \cos 20^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} [\sin 90^\circ - \sin 10^\circ] = \frac{1}{\sqrt{2}} [1 - \cos 80^\circ] = \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} \cos 80^\circ</math></p> <p style="text-align: center;">(-/۲۵) (-/۲۵)</p> <p><math>\sin 10^\circ = \cos 80^\circ</math> (-/۲۵)</p>	۰/۲۵
« ادامه ی سؤالات در صفحه ی دوم »		

راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس : حسابان		رشته : ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۳۸۸ / ۱۰ / ۲۴
دانش آموزان آزاد سراسر کشور در نیم سال اول (دی ماه) سال تحصیلی ۱۳۸۸-۸۹		اداره ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http://aee.medu.ir
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۶	<p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{3} \sin(\sqrt{3}x - \pi)}{\sqrt{3}x - \pi} = \sqrt{3} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin(\sqrt{3}x - \pi)}{(\sqrt{3}x - \pi)} = \sqrt{3} \times 1 = \sqrt{3}</math> (۰/۲۵)</p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - \sqrt{3}x^2 + 2}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^2 - \sqrt{3}x - 2)}{(x-1)(x+1)} = \frac{-2}{2} = -1</math> (۰/۲۵)</p> <p>ج) <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + \sqrt{3}x} - x = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + \sqrt{3}x} + x}{\sqrt{x^2 + \sqrt{3}x} - x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{3}x}{\sqrt{x^2 + \sqrt{3}x} - x} =</math>  <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{1 + \frac{\sqrt{3}}{x}} - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{3}}{\frac{1}{2} \frac{\sqrt{3}}{x}} = 2\sqrt{3}</math> (۰/۲۵)</p> <p>د) <math>\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{-x + \sqrt{3}}{x^2 - 1} = \frac{-(-1) + \sqrt{3}}{(-1)^2 - 1} = \frac{1 + \sqrt{3}}{0} = +\infty</math> (۰/۲۵)</p>	۲/۲۵
۷	<p><math>\lim_{x \rightarrow -1^+} x - \frac{x + \sqrt{3}}{\lfloor x \rfloor + \sqrt{3}} = \lim_{x \rightarrow -1^+} x - \frac{x + \sqrt{3}}{-1 + \sqrt{3}} = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{\sqrt{3}x - x - \sqrt{3}}{\sqrt{3} - 1} = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x - \sqrt{3}}{\sqrt{3} - 1} = \frac{-2}{\sqrt{3} - 1}</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>\lim_{x \rightarrow -1^-} x - \frac{x + \sqrt{3}}{\lfloor x \rfloor + \sqrt{3}} = \lim_{x \rightarrow -1^-} x - \frac{x + \sqrt{3}}{-2 + \sqrt{3}} = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x - x - \sqrt{3} - 2}{-2 + \sqrt{3}} = -2</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = f(-1) = -2</math> (۰/۲۵) <math>\Rightarrow</math> f پیوستگی چپ دارد. (۰/۲۵)</p>	۱/۲۵
۸	<p><math> \sqrt{3}x  - 2 = 0 \Rightarrow  \sqrt{3}x  = 2 \Rightarrow x = \pm \frac{2}{\sqrt{3}} \Rightarrow D_y = \mathbb{R} - \left\{ \pm \frac{2}{\sqrt{3}} \right\}</math> (۰/۲۵)</p> <p>خطوط <math>x = \frac{2}{\sqrt{3}}</math> , <math>x = -\frac{2}{\sqrt{3}}</math> مجانب های قائم <math>\lim_{x \rightarrow \pm \frac{2}{\sqrt{3}}} f(x) = \infty</math> (۰/۲۵)</p> <p>خطوط <math>y = \pm 1</math> مجانب های افقی <math>\lim_{x \rightarrow \pm \infty} \frac{\sqrt{3}x - 2}{\sqrt{3}x - 2} = \pm 1</math> (۰/۲۵) <math>\Rightarrow</math> (۰/۲۵)</p>	۱
« ادامه ی سوالات در صفحه ی سوم »		

دانش آموزان آزاد سراسر کشور در نیم سال اول (دی ماه) سال تحصیلی ۱۳۸۸-۸۹		دانش آموختگان رشته ریاضی فیزیک	
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۳۸۸ / ۱۰ / ۲۴	
نام و نام خانوادگی دانش آموز		آدرس و شماره تماس	
ردیف	راهنامه‌ی تصحیح	نمره	
۹	<p>الف)</p> $1) y' = \frac{\tau(x+1)^{\tau}(x + \cot x) - (1-1-\cot x)(x+1)^{\tau}}{(x + \cot x)^{\tau}} \quad (./\delta)$ $2) y' = \frac{1}{\delta^{\frac{1}{\delta}}(x-\tau)^{\tau}} (\tau x^{\tau} + \tau x) + (\delta x + \tau) \times \frac{1}{\delta} x^{-\tau} - \tau \quad (./\tau\delta)$ $\tau) \tau x^{\tau} - \tau x y^{\tau} - \tau x^{\tau} y^{\tau} y' - \tau y^{\tau} - \tau = 0 \Rightarrow y'(\tau x^{\tau} y^{\tau} + \tau) = \tau x^{\tau} - \tau x y^{\tau} - \tau$ $\Rightarrow y' = \frac{\tau x^{\tau} - \tau x y^{\tau} - \tau}{\tau x^{\tau} y^{\tau} + \tau} \quad (./\tau\delta)$ $4) y' = \frac{\tau x + \tau}{1 + (x^{\tau} + \tau x)^{\tau}} \quad (./\tau\delta)$ <p>ب)</p> $y' = (\sin x)^{\tau} f'(\sin x) = \cos x (\tau \sin x + 1) \quad (./\delta)$	۲/۲۵	۰/۲۵
۱۰	<p>دو خط موازی اند. (./۲۵)</p> $x=0 \Rightarrow y=\tau \quad m_1 = f'(0) = \frac{1}{\tau} \quad (./\tau\delta)$ $y=0 \Rightarrow x=\tau \quad m_2 = f'(\tau) = \frac{1}{\tau} \quad (./\tau\delta)$ $\Rightarrow m_1 = m_2 \Rightarrow (./\tau\delta)$	۱/۲۵	۱۰
۱۱	$10 = x^{\tau} \Rightarrow x = \sqrt{\tau} \quad S = x^{\tau} \Rightarrow S' = \tau x x' \Rightarrow S' = \tau \sqrt{\tau} \times \tau / \delta = \sqrt{\tau} \cdot \text{cm}^{\tau} / \text{s} \quad (./\tau\delta)$	۱	۱۱
۱۲	<p>f در x = 5 پیوسته است.</p> $f'(\delta) = \lim_{x \rightarrow \delta} \frac{x x-\delta }{x-\delta} = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow \delta^+} \frac{x(x-\delta)}{x-\delta} = \delta & (./\tau\delta) \\ \lim_{x \rightarrow \delta^-} \frac{-x(x-\delta)}{x-\delta} = -\delta & (./\tau\delta) \end{cases} \Rightarrow \delta \neq -\delta$ <p>f در x = 5 مشتق پذیر نیست. (./۲۵)</p>	۱	۱۲
ادامه ی سوالات در صفحه ی چهارم			

راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس : حسابان		رشته : ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۳۸۸ / ۱۰ / ۲۴
دانش آموزان ایزاد سراسر کشور در نهم سال اول (دی ماه) سال تحصیلی ۸۹-۱۳۸۸		اداره ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http://aas.medu.ir
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۳	<p>نقطه عطف منحنی درجه ۳ همان مرکز تقارن است. <math>A \begin{vmatrix} 1 \\ -1 \end{vmatrix} \in y \Rightarrow -1 = 1 + a + b \Rightarrow a + b = -2</math> (./۲۵)</p> <p><math>y' = 3x^2 + 2ax</math>, <math>y'' = 6x + 2a</math>, <math>y''(1) = 0 \Rightarrow 6 + 2a = 0 \Rightarrow a = -3</math> بنا به * <math>\Rightarrow b = 1</math> (./۲۵)</p>	۱
۱۴	<p><math>D_y = R</math> تابع مجانب قائم ندارد. <math>2 + \cos x \neq 0 \Rightarrow</math> (./۲۵)</p> <p><math>y' = \frac{2(\cos x + \cos^2 x + \sin^2 x)}{(2 + \cos x)^2} = \frac{2(1 + \cos x)}{(2 + \cos x)^2}</math> (./۲۵)</p> <p><math>\Rightarrow \cos x = \frac{-1}{2} \Rightarrow x = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow y = \sqrt{3}</math>, <math>x = \frac{4\pi}{3} \Rightarrow y = -\sqrt{3}</math> (./۵)</p> 	۱/۵
۱۵	 <p><math>\int_{-1}^1 f(x) dx = \int_{-1}^0 f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx</math> (./۲۵)</p> <p><math>= \left( \frac{1+2}{2} \times 1 \right) + \left( \frac{1 \times 2}{2} \right) = \frac{3}{2}</math> (./۲۵)</p>	۱/۲۵
۲۰	مصححین محترم: لطفاً برای راه حل های درست دیگر بارم را به تناسب تقسیم نمایید.	جمع نمره